



Přednáška 3

DE-9IM, funkce prostorové analýzy

Rozšířený rozměrový 9-ti průsečíkový model, operace překrytí,
další prostorové funkce

155UZPR Úvod do zpracování prostorových dat, zimní semestr 2023-2024

DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model
Prostorové predikáty

Prostorová analýzy

Operace překrytí
Prostorové funkce

Martin Landa

martin.landa@fsv.cvut.cz

Fakulta stavební ČVUT v Praze
Katedra geomatiky

<https://geo.fsv.cvut.cz/gwiki/155UZPR>



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečkový model
Prostorové predikáty

Prostorová analýzy

Operace překrytí
Prostorové funkce

Copyright © 2009-2023 Martin Landa

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation Licence, Version 1.2 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts.



1 DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti průsečíkový model
Prostorové predikáty

2 Prostorová analýzy

Operace překrytí
Prostorové funkce

DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model
Prostorové predikáty

Prostorová analýzy

Operace překrytí
Prostorové funkce

Dimensionally Extended Nine-Intersection Model

Rozšířený rozměrový 9-ti průsečíkový model

- Objekt a má tři části:
 - 1 vnitřní $I(a)$
 - 2 hranici $B(a)$ a
 - 3 vnější část $E(a)$
- Dimenze objektu a : $\dim(a)$
(dimenze prázdného objektu $\dim(\emptyset) = -1$)

	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	$\dim(I(a) \cap I(b))$	$\dim(I(a) \cap B(b))$	$\dim(I(a) \cap E(b))$
Hranice a	$\dim(B(a) \cap I(b))$	$\dim(B(a) \cap B(b))$	$\dim(B(a) \cap E(b))$
Vnější část a	$\dim(E(a) \cap I(b))$	$\dim(E(a) \cap B(b))$	$\dim(E(a) \cap E(b))$

Průnikem dvou objektů (vnitřní části, hranice a vnější části) vzniká objekt x o dané dimenzi.

Např. průnikem dvou polygonů může vzniknout polygon(y) ($\dim(x) = 2$), linie ($\dim(x) = 1$), bod(y) ($\dim(x) = 0$) a nebo prázdný objekt ($\dim(x) = -1$).



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce

Dimensionally Extended Nine-Intersection Model

Rozšířený rozměrový 9-ti průsečíkový model

- Objekt a má tři části:
 - 1 vnitřní $I(a)$
 - 2 hranici $B(a)$ a
 - 3 vnější část $E(a)$
- Dimenze objektu a : $dim(a)$
(dimenze prázdného objektu $dim(\emptyset) = -1$)

	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	$dim(I(a) \cap I(b))$	$dim(I(a) \cap B(b))$	$dim(I(a) \cap E(b))$
Hranice a	$dim(B(a) \cap I(b))$	$dim(B(a) \cap B(b))$	$dim(B(a) \cap E(b))$
Vnější část a	$dim(E(a) \cap I(b))$	$dim(E(a) \cap B(b))$	$dim(E(a) \cap E(b))$

Průnikem dvou objektů (vnitřní části, hranice a vnější části) vzniká objekt x o dané dimenzi.

Např. průnikem dvou polygonů může vzniknout polygon(y) ($dim(x) = 2$), linie ($dim(x) = 1$), bod(y) ($dim(x) = 0$) a nebo prázdný objekt ($dim(x) = -1$).



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



Polygon / Linie / Bod

- **Polygon** h je definován množinou vnitřních bodů $I(h)$ a hranicí $B(h)$ ($\dim(h) = 2$)
- **Linie** l je definována jako množina (vnitřních) bodů $I(l)$, hranice je určena počátečním a koncovým bodem linie ($\dim(l) = 1$)
- **Bod** p je definován jedním (vnitřním) bodem $I(p)$, hranice je prázdná množina ($\dim(p) = 0$)

DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

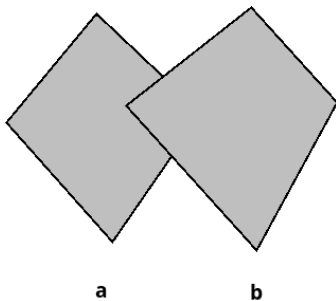
Prostorová analýzy

Operace překrytí

Prostorové funkce

Objekt	Vnitřní část	Hranice	Vnější část
Polygon h	$I(h)$	$B(h)$	$E(h)$
Linie l	$I(l)$	koncové body	$E(l)$
Bod p	$I(p)$	\emptyset	$E(p)$

9-Intersection Matrix — Polygon \times Polygon



DE-9IM, funkce
prostorové analýzy



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce

9-Intersection Matrix — Polygon \times Polygon



	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	$I(a) \times I(b)$	$I(a) \times B(b)$	$I(a) \times E(b)$
Hranice a	$B(a) \times I(b)$	$B(a) \times B(b)$	$B(a) \times E(b)$
Vnější část a	$E(a) \times I(b)$	$E(a) \times B(b)$	$E(a) \times E(b)$

DE-9IM

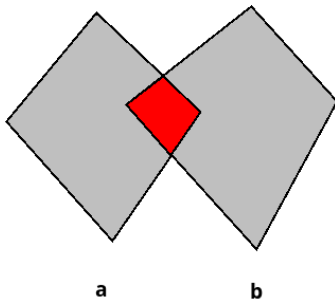
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



9-Intersection Matrix — Polygon \times Polygon



	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	$I(a) \times I(b)$	$I(a) \times B(b)$	$I(a) \times E(b)$
Hranice a	$B(a) \times I(b)$	$B(a) \times B(b)$	$B(a) \times E(b)$
Vnější část a	$E(a) \times I(b)$	$E(a) \times B(b)$	$E(a) \times E(b)$

DE-9IM

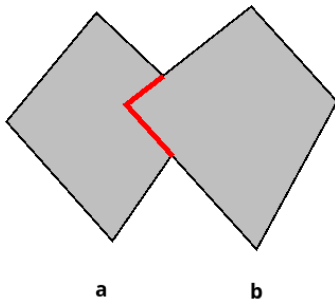
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



9-Intersection Matrix — Polygon × Polygon



	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	$I(a) \times I(b)$	$I(a) \times B(b)$	$I(a) \times E(b)$
Hranice a	$B(a) \times I(b)$	$B(a) \times B(b)$	$B(a) \times E(b)$
Vnější část a	$E(a) \times I(b)$	$E(a) \times B(b)$	$E(a) \times E(b)$

DE-9IM

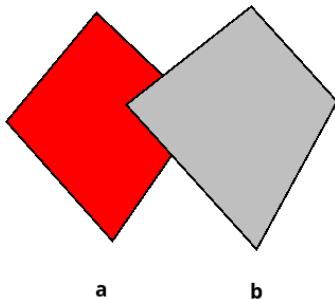
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



9-Intersection Matrix — Polygon \times Polygon



	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	$I(a) \times I(b)$	$I(a) \times B(b)$	$I(a) \times E(b)$
Hranice a	$B(a) \times I(b)$	$B(a) \times B(b)$	$B(a) \times E(b)$
Vnější část a	$E(a) \times I(b)$	$E(a) \times B(b)$	$E(a) \times E(b)$

DE-9IM

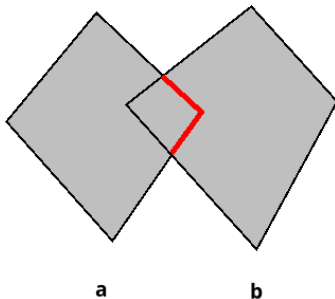
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



9-Intersection Matrix — Polygon \times Polygon



	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	$I(a) \times I(b)$	$I(a) \times B(b)$	$I(a) \times E(b)$
Hranice a	$B(a) \times I(b)$	$B(a) \times B(b)$	$B(a) \times E(b)$
Vnější část a	$E(a) \times I(b)$	$E(a) \times B(b)$	$E(a) \times E(b)$

DE-9IM

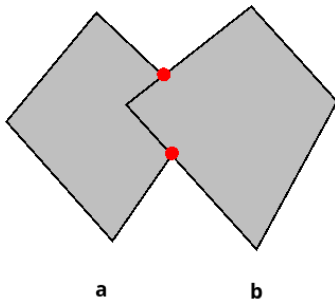
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



9-Intersection Matrix — Polygon × Polygon



	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	$I(a) \times I(b)$	$I(a) \times B(b)$	$I(a) \times E(b)$
Hranice a	$B(a) \times I(b)$	$B(a) \times B(b)$	$B(a) \times E(b)$
Vnější část a	$E(a) \times I(b)$	$E(a) \times B(b)$	$E(a) \times E(b)$

DE-9IM

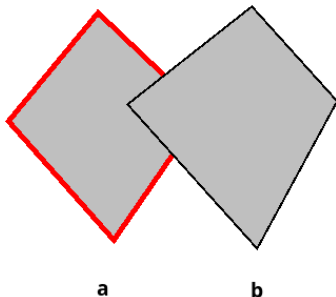
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



9-Intersection Matrix — Polygon \times Polygon



	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	$I(a) \times I(b)$	$I(a) \times B(b)$	$I(a) \times E(b)$
Hranice a	$B(a) \times I(b)$	$B(a) \times B(b)$	$B(a) \times E(b)$
Vnější část a	$E(a) \times I(b)$	$E(a) \times B(b)$	$E(a) \times E(b)$

DE-9IM

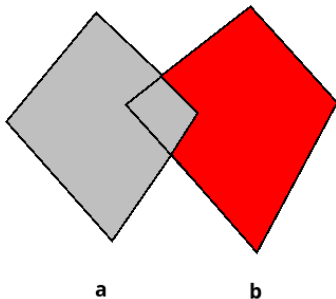
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



9-Intersection Matrix — Polygon \times Polygon



	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	$I(a) \times I(b)$	$I(a) \times B(b)$	$I(a) \times E(b)$
Hranice a	$B(a) \times I(b)$	$B(a) \times B(b)$	$B(a) \times E(b)$
Vnější část a	$E(a) \times I(b)$	$E(a) \times B(b)$	$E(a) \times E(b)$

DE-9IM

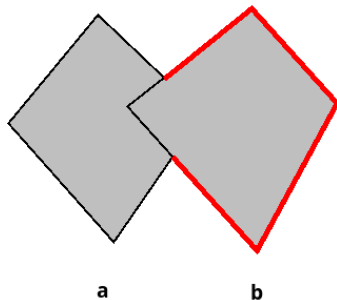
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



9-Intersection Matrix — Polygon \times Polygon



	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	$I(a) \times I(b)$	$I(a) \times B(b)$	$I(a) \times E(b)$
Hranice a	$B(a) \times I(b)$	$B(a) \times B(b)$	$B(a) \times E(b)$
Vnější část a	$E(a) \times I(b)$	$E(a) \times B(b)$	$E(a) \times E(b)$

DE-9IM

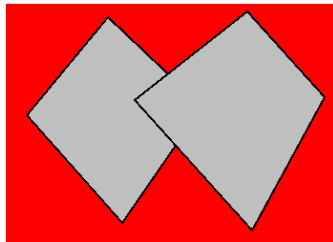
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



a

b



Příklad vzorové matice

	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	T	*	T
Hranice a	*	*	*
Vnější část a	T	*	*

DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

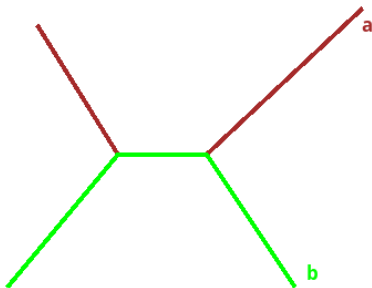
Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce

kde:

- T dimenze různá od -1 $\Rightarrow \dim(x) \in \{0, 1, 2\}$, tj. $x \neq \emptyset$
- F dimenze -1 $\Rightarrow \dim(x) = -1$, tj. $x = \emptyset$
- * jakákoliv dimenze $\Rightarrow \dim(x) = \{-1, 0, 1, 2\}$
- 0 dimenze rovná nule $\Rightarrow \dim(x) = 0$
- 1 dimenze rovná jedné $\Rightarrow \dim(x) = 1$
- 2 dimenze rovná dvěma $\Rightarrow \dim(x) = 2$



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečkový model

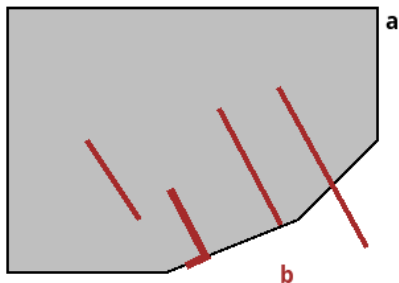
Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce

Linie $a \times$ Linie b	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	1	*	1
Hranice a	*	*	*
Vnější část a	1	*	*



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průřezkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce

Polygon $a \times$ Linie b	Vnitřní část b	Hranice b	Vnější část b
Vnitřní část a	1	0	*
Hranice a	T	0	*
Vnější část a	F	*	*

Prostorové vztahy

- Založeny na binárních prostorových predikátech (prostorový vztah mezi dvěma objekty)
- Součást modelu DE-9IM ("named spatial relationships")

Pojmenované prostorové vztahy

- 1 Equals
- 2 Disjoint
- 3 Intersects
- 4 Touches
- 5 Crosses
- 6 Within
- 7 Contains
- 8 Overlaps



DE-9IM

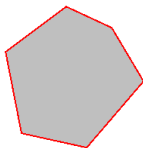
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýzy

Operace překrytí

Prostorové funkce



Equals

(Topologicky uzavřené) objekty a a b jsou “prostorově shodné” jestliže platí

$$a \subseteq b \wedge b \subseteq a$$

V terminologii DE-9IM:

TFFFTFFFT	\Leftrightarrow	$(I(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \wedge$
		$(I(a) \cap B(b) = \emptyset) \wedge$
		$(I(a) \cap E(b) = \emptyset) \wedge$
		$(B(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge$
		$(B(a) \cap B(b) \neq \emptyset) \wedge$
		$(B(a) \cap E(b) = \emptyset) \wedge$
		$(E(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge$
		$(E(a) \cap B(b) = \emptyset) \wedge$
		$(E(a) \cap E(b) \neq \emptyset)$

DE-9IM

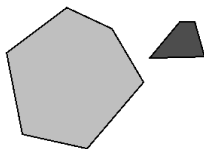
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



Disjoint

(Topologicky uzavřené) objekty a a b jsou “prostorově různé”
jestliže platí

$$a \cap b = \emptyset$$

V terminologii DE-9IM:

$$\mathbf{FF * FF * * * *} \Leftrightarrow \begin{array}{l} (I(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge \\ (I(a) \cap B(b) = \emptyset) \wedge \\ (B(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge \\ (B(a) \cap B(b) = \emptyset) \wedge \end{array}$$

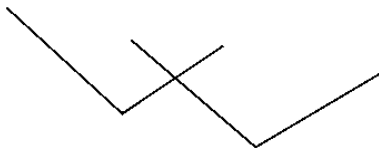
DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí
Prostorové funkce



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

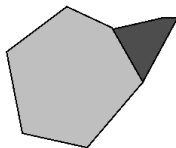
Prostorová analýza

Operace překrytí
Prostorové funkce

Intersects

Objekt a “prostorově protíná” objekt b jestliže platí

$$a.Intersects(b) \Leftrightarrow !a.Disjoint(b)$$



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýzy

Operace překrytí
Prostorové funkce

Touches

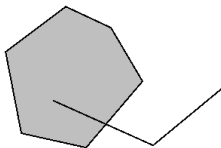
(Topologicky uzavřené) objekty a a b jsou “prostorově dotýkají”
jestliže platí

$$(I(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge (a \cap b \neq \emptyset)$$

Poznámka: vztah není definován pro Bod/Bod.

V terminologii DE-9IM:

F * * * * *	∨	⇔	$(I(a) \cap I(b) = \emptyset)$	∧
F * * * T * * * * *	∨		$[(B(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \vee$	
F * * * * T * * * * *			$(I(a) \cap B(b) \neq \emptyset) \vee$	
			$(B(a) \cap B(b) \neq \emptyset)]$	



Crosses

Prostorový vztah "křížení" je definován pro Bod/Linie, Bod/Plocha, Linie/Linie a Linie/Plocha jestliže platí

$$\dim(I(a) \cap I(b)) < \max(\dim(I(a)), \dim(I(b))) \wedge (a \cap b \neq a) \wedge (a \cap b \neq b)$$

V terminologii DE-9IM:

Pro Bod/Linie, Bod/Plocha a Linie/Plocha:

$$\mathbf{T} * \mathbf{T} * * * * * \Leftrightarrow \begin{matrix} I(a) \cap I(b) \neq \emptyset \wedge \\ I(a) \cap E(b) \neq \emptyset \end{matrix}$$

Pro Linie/Linie:

$$\mathbf{0} * * * * * \Leftrightarrow \dim(I(a) \cap I(b)) = 0$$

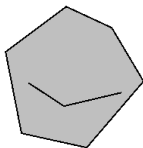
DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýzy

Operace překrytí
Prostorové funkce



Within

Prostorový vztah “uvnitř” je definován jako

$$(a \cap b = a) \wedge (I(a) \cap E(b) = \emptyset)$$

V terminologii DE-9IM:

$$\mathbf{T * F * * F * * *} \Leftrightarrow \begin{array}{l} I(a) \cap I(b) \neq \emptyset \wedge \\ I(a) \cap E(b) = \emptyset \wedge \\ B(a) \cap E(b) = \emptyset \end{array}$$

DE-9IM

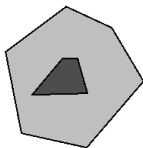
Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



Contains

Objekt *a* obsahuje objekt *b* jestliže platí

$$a.Contains(b) \Leftrightarrow b.Within(a)$$



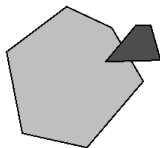
DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýzy

Operace překrytí
Prostorové funkce



Overlaps

Prostorový vztah "překrytí" je definován pro Plocha/Plocha, Linie/Linie a Bod/Bod.

$$\dim(I(a)) = \dim(I(b)) = \dim(I(a) \cap I(b)) \wedge (a \cap b \neq a) \wedge (a \cap b \neq b)$$

V terminologii DE-9IM: Pro Bod/Bod a Plocha/Plocha:

$$\mathbf{T * T * * * T * *} \Leftrightarrow \begin{array}{l} I(a) \cap I(b) \neq \emptyset \wedge \\ I(a) \cap E(b) \neq \emptyset \wedge \\ E(a) \cap I(b) \neq \emptyset \end{array}$$

Pro Linie/Linie:

$$\mathbf{1 * T * * * T * *} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \dim((I(a) \cap I(b))) = 1 \wedge \\ I(a) \cap E(b) \neq \emptyset \wedge \\ E(a) \cap I(b) \neq \emptyset \end{array}$$

DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečkový model

Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model
Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí
Prostorové funkce

1 DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti průsečíkový model
Prostorové predikáty

2 Prostorová analýza

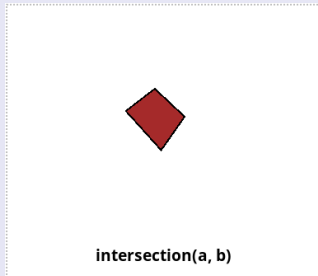
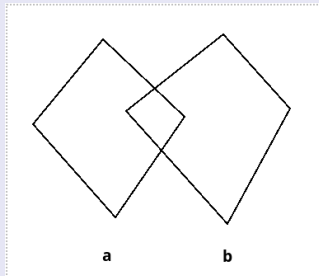
Operace překrytí
Prostorové funkce



Operace překrytí

1 Intersection ()

Vrací objekt reprezentující **průnik** objektů a , b



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model
Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

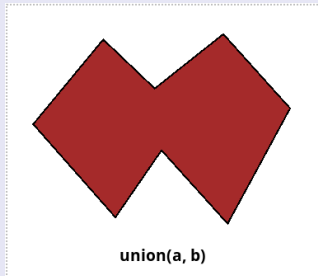
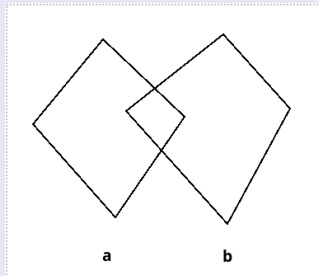
Prostorové funkce



Operace překrytí

② Union()

Vrací objekt, který vznikne **spojením** objektů a , b



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečkový model
Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

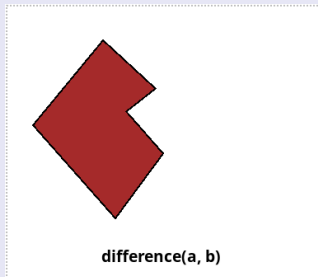
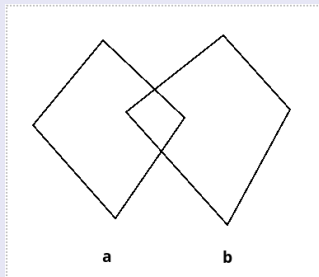
Prostorové funkce



Operace překrytí

③ Difference ()

Vrací část objektu a , která se nepřekrývá s objektem b



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečkový model
Prostorové predikáty

Prostorová analýza

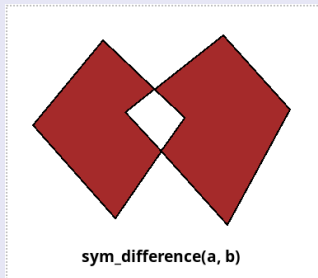
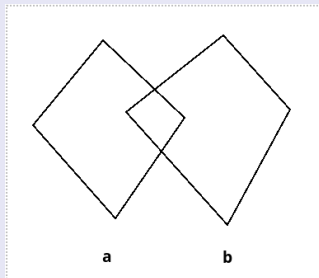
Operace překrytí

Prostorové funkce



Operace překrytí

- 4 `SymDifference()`
Vrací část objektu a a b , které nejsou součástí jejich průniku



DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečíkový model
Prostorové predikáty

Prostorová analýza

Operace překrytí

Prostorové funkce



Prostorové funkce

- `Distance()`
Vrací nejkratší vzdálenost mezi dvěma body daných objektů
- `Buffer()`
Vrací obalovou zónu objektu
- `ConvexHull()`
Vrací konvexní obálku objektu
- ...

DE-9IM

Rozšířený rozměrový 9-ti
průsečkový model
Prostorové predikáty

Prostorová analýzy

Operace překrytí
Prostorové funkce